

Regnestrategier - Fase 3 – Regning med potenser & rødder

Vurdering fra 1 til 5 (hvor 5 er højst)

Læringsmål	Selv	Lærer	Beviser og forslag til forbedring
1. Jeg kan bruge formlen for sammensat renteregning til beregninger.			
2. Jeg kan forklare/argumentere for, at formlen for enkel renteregning ser ud, som den gør.			
3. Jeg kan demonstrere, at jeg kender regneregler for regning med potenser .			
4. Jeg kan demonstrere, at jeg kender regneregler for regning med rødder .			
5. Jeg kan vise regnereglerne for kvadratrødder og potenser (<i>med algebra</i>). Og jeg kan fortælle/forklare hvorfor de ser ud som de gør.			
6. Jeg kender til begreberne nederst.			

Begreber/noter: Kvadratrod, potens, rødder

Sammensat rente

Opgave 1

Hvor mange penge kan du hæve om 3 år, når du indsætter 6 000 kr. på en bankkonto, og rentesatsen er 2 % p.a.?

Opgave 2

Beregn slutkapitalen, når du indsætter 4 000 kr. på en konto til en rentesats på 0,5 % pr. termin. Pengene står på kontoen i 12 terminer.
(Afrund til 2 decimaler)

Opgave 3

Martin sætter 7 000 kr. ind på en bankkonto den 1. januar 2007.
Rentesatsen er 2,75 % p.a.

Hvor meget står der på kontoen den 1. januar 2012?
(Afrund til 2 decimaler)

Opgave 4

I Faxe Kommune er indbyggertallet 35 117 i år 2007. Kommunen forventer, at indbyggertallet stiger med 1,5 % frem til år 2014.

Hvor mange indbyggere kan kommunen regne med, at der bor i Faxe Kommune i år 2014?
(Rund ned til nærmeste hele antal)

Opgave 5

Fra 1995 til 2007 steg en virksomheds produktion med 1,75 % om året.
I år 2007 var produktionen på 50 000 ton.

Hvor mange ton kan virksomheden forvente at producere i 2015, hvis produktionen stiger med samme vækstprocent?
(Rund af til nærmeste hele antal titusinde ton)

Opgave 6

I 2007 havde Danmark en befolkningstilvækst på 0,311 %. Befolkningstallet blev samme år opgjort til 5 468 120.

Hvor mange indbyggere vil der være i Danmark i 2020, hvis vækstraten er uændret?
(Rund ned til nærmeste hele antal)

Opgave 7

Lars havde i 2007 en indkomst på ca. 125 000 kr.

Hvor stor vil hans indkomst være i 2010, hvis den stiger med 3,2 % om året?
(Afrund til hele antal tusinde kroner)

Opgave 8

Louise tager et studielån i 2007 på 23 000 kr., rentesatsen på studielånet er 4,25 % om året. Louise regner med at begynde at betale lånet tilbage i 2013.

Hvad er lånet vokset til i 2013?

(Afrund til 2 decimaler)

Opgave 9 (udfordring)

Energiproduktionen fra vindkraft var i 1990 på 2 197 TJ, i 2004 mangler vi energiproduktionen i TJ. Denne stigning svarer til en vækstprocent på 18,5 % om året.

Hvis energiproduktionen fra vindkraft fortsætter med at stige med samme vækstprocent, kan man så forvente at produktionen er steget til 65493 TJ i år 2010.

Hvad var energiproduktionen i 2004?

(Rund ned til nærmeste antal hele TJ.)

Opgave 10 (udfordring)

Ifølge befolkningsfremskrivningen fra Danmarks Statistik vil befolkningen på Bornholm falde med ca. 0,22 % pr. år.

Hvor mange indbyggere var der i 2007, hvis der skal være 40 914 indbyggere på Bornholm i 2030?

(Rund ned til nærmeste hele antal)

Potenser opgaver

Regler: 4^3 i dette eksempel er 4 roden og 3 er eksponenten.

A Definition: $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ faktorer}}$

B $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

C $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$

D $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

E $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$

F $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$

G $a^0 = 1$

H $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

I $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

1.

■ Angiv rod og eksponent for hver af følgende potenser:

- a) 4^7 b) 3^{10} c) 101^{23} d) 334^{57}
e) $3,8^{12}$ f) 9^{-3} g) $4^{\frac{5}{8}}$

2.

■ Skriv følgende tal som én potens:

- a) $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$ b) $17 \cdot 17 \cdot 17 \cdot 17 \cdot 17 \cdot 17 \cdot 17 \cdot 17 \cdot 17$
c) $8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8$ d) $2^3 \cdot 2^5$ e) $5^7 \cdot 5^3$ f) $7^4 \cdot 7^{12}$
g) $15^5 \cdot 15^8$ h) $(5^3)^4$ i) $(5^4)^2$ j) $(12^5)^4$
k) $(7^2)^6$ l) $(15^4)^7$ m) $(9^5)^{10}$

3.

■ Skriv som én potens:

- a) $217 \cdot 217 \cdot 217 \cdot 217 \cdot 217 \cdot 217$
b) $6^2 \cdot 6^4 \cdot 6^3$ c) $5^3 \cdot 5^0 \cdot 5^{11} \cdot 5^4$ d) $11^8 \cdot 11^{12} \cdot 11^5 \cdot 11^{15} \cdot 11^{10}$
e) $((5^3)^4)^2$ f) $((2^{10})^4)^2$ g) $((7^5)^6)^4$
h) $((((123^3)^{11})^2)^2)^2$ i) $3^2 \cdot 3^2 \cdot 3^2 \cdot 3^2$ j) $((((3^2)^2)^2)^2)^2$

4.

■ Skriv som én potens:

a) $3^4 \cdot 6^4$

b) $3^{10} \cdot 6^{10}$

c) $3^7 \cdot 4^7 \cdot 10^7$.

5.

■ Skriv som én potens:

a) $\frac{4^7}{3^7}$

b) $\frac{8^{13}}{4^{13}}$

c) $\frac{17^4}{33^4}$.

6.

■ Skriv som én potens:

a) $\frac{3^6}{3^4}$

b) $\frac{5^{12}}{5^8}$

c) $\frac{7^4}{7^2}$

d) $\frac{10^5}{10^{11}}$

e) $\frac{17^{23}}{17^{16}}$.

7.

■ Omskriv følgende potenser ved hjælp af reglerne

a) $4^{\frac{2}{5}}$

b) $6^{\frac{5}{16}}$

c) $27^{\frac{1}{2}}$

d) $3,5^{\frac{11}{23}}$

e) $11^{\frac{33}{14}}$

f) 9^0

g) 5^{-3}

h) $148,6^0$

i) 4^{-2}

j) $\left(\frac{1}{2}\right)^0$.

8.

■ Omskriv følgende potenser:

a) $\left(5^{\frac{1}{2}}\right)^4$

b) $\left(8^6\right)^{\frac{2}{3}}$

c) $7^{\frac{1}{3}} \cdot 7^{\frac{2}{3}}$

d) $4^{\frac{1}{2}} \cdot 4^{\frac{3}{2}}$

e) $\frac{3^{\frac{7}{8}}}{3^{\frac{5}{8}}}$.

Kvadratrødder opgaver

Regler:

I denne regel er a og b positive tal.

A Definition: $\sqrt{a} = b$ betyder $b^2 = a$.

B $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

C $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

1.

■ Gør rede for, at følgende er rigtigt, uden at bruge en lommeregner til andet end multiplikation:

a) $\sqrt{1,96} = 1,4$

b) $\sqrt{121} = 11$

c) $\sqrt{361} = 19$

d) $\sqrt{1,44} = 1,2$

e) $\sqrt{1,21} = 1,1$

f) $\sqrt{289} = 17$.

2.

■ Bestem følgende kvadratrødder uden at bruge en lommeregner til andet end multiplikation:

a) $\sqrt{64}$

b) $\sqrt{121}$

c) $\sqrt{81}$

d) $\sqrt{49}$

e) $\sqrt{25}$

f) $\sqrt{100}$

g) $\sqrt{10000}$

h) $\sqrt{256}$.

3.

■ Udregn følgende kvadratrødder uden at bruge en lommeregner:

a) $\sqrt{25 \cdot 36}$

b) $\sqrt{16 \cdot 49}$

c) $\sqrt{64 \cdot 81}$

d) $\sqrt{9 \cdot 16 \cdot 25}$

e) $\sqrt{4 \cdot 9 \cdot 16 \cdot 25}$.

4.

■ Omskriv følgende kvadratrødder til brøker:

a) $\sqrt{\frac{81}{100}}$

b) $\sqrt{\frac{25}{36}}$

c) $\sqrt{\frac{144}{49}}$

d) $\sqrt{\frac{4}{9}}$

e) $\sqrt{\frac{16}{49}}$

f) $\sqrt{\frac{121}{144}}$

g) $\sqrt{\frac{25}{9}}$

h) $\sqrt{\frac{1}{16}}$

i) $\sqrt{\frac{1}{4}}$

j) $\sqrt{\frac{1}{100}}$.

5.

■ Skriv følgende simple, hvis det er muligt:

a) $\sqrt{3} + 4\sqrt{3} + 10\sqrt{3}$

b) $6\sqrt{5} + 12\sqrt{5} - 7\sqrt{5} + 2\sqrt{5}$

c) $8\sqrt{7} - 3\sqrt{7} + 5\sqrt{7} + 9\sqrt{7}$

d) $10\sqrt{5} + 4\sqrt{7} - 3\sqrt{5} + 8\sqrt{7} + 6\sqrt{5}$

e) $3\sqrt{10} + 7\sqrt{14} - 5\sqrt{10} - 4\sqrt{7} + 12\sqrt{10}$

f) $4\sqrt{2} + 6\sqrt{5} + 10\sqrt{2}$

g) $4\sqrt{5} + 5\sqrt{6} + 3\sqrt{7}$

h) $8\sqrt{3} + 6\sqrt{7} - \sqrt{2} - 3\sqrt{3}$.

Hint: $\sqrt{3}$ kan betragtes som f . eks. x (reducere!)

Advarsel!

En sammenligning af $\sqrt{9+16}$ og $\sqrt{9} + \sqrt{16}$ viser, at $\sqrt{9+16} \neq \sqrt{9} + \sqrt{16}$.
Der gælder nemlig, at $\sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$, og $\sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7$.
Mere generelt gælder, at $\sqrt{a+b}$ ikke er det samme som $\sqrt{a} + \sqrt{b}$.

Andre regler for rødder:

I denne regel er a og b positive tal.

A Definition: $\sqrt[n]{a} = b$ betyder $b^n = a$.

B $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$

C $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

6.

■ Gør rede for, at følgende er rigtigt, idet du kun benytter regel 7A og lommeregnerens multiplikation eller potensopløftning:

- a) $\sqrt[5]{32} = 2$ b) $\sqrt[3]{1331} = 11$ c) $\sqrt[4]{625} = 5$
d) $\sqrt[10]{59049} = 3$ e) $\sqrt[7]{16384} = 4$ f) $\sqrt[7]{128} = 2$.

7.

■ Bestem følgende rødder uden at bruge en lommeregner til andet end multiplikation eller potensopløftning:

- a) $\sqrt[9]{64}$ b) $\sqrt[10]{1024}$ c) $\sqrt[4]{81}$ d) $\sqrt[3]{125}$ e) $\sqrt[4]{625}$
f) $\sqrt[3]{1000}$ g) $\sqrt[4]{10000}$ h) $\sqrt[8]{256}$ i) $\sqrt[4]{256}$ j) $\sqrt[5]{3125}$

8.

■ Skriv følgende simple, hvis det er muligt:

- a) $5\sqrt[4]{3} + 8\sqrt[4]{3} + 10\sqrt[4]{3}$
b) $15\sqrt[11]{6} - 4\sqrt[11]{6} - 7\sqrt[11]{6} + 2\sqrt[11]{6}$
c) $3\sqrt[5]{7} + 10\sqrt[5]{2} - 6\sqrt[5]{7} + 8\sqrt[5]{2} - 9\sqrt[5]{2}$
d) $6\sqrt[5]{3} + 3\sqrt[7]{11} - 10\sqrt[5]{3} + 20\sqrt[7]{11} - 11\sqrt[7]{11} + 8\sqrt[5]{3}$
e) $4\sqrt[3]{10} - 7\sqrt[5]{10} + \sqrt[4]{33} + 2\sqrt[8]{9}$
f) $4\sqrt[3]{9} - \sqrt[7]{2} + 5\sqrt[4]{5} + 8\sqrt[7]{2}$.

Hint: $\sqrt[4]{3}$ kan betragtes som f. eks. x (reducere!)

Regnestrategier Fase 3.4

Hvis og forklar (tekst) en metode til hvordan du vil løse følgende potens og kvadratrods problemer: (Husk at skrive hver eneste mellemregning)

a) 2^5

b) $2^2 * 2^4$

c) $\frac{3^8}{3^5}$

d) $(10^2)^3$

e) 12^0

f) 2^{-3}

g) $\sqrt{32}$

h) $8^{\frac{3}{2}}$

i) $\sqrt{4 * 9}$

j) $\sqrt{\frac{9}{16}}$

k) $\sqrt[3]{27}$

l) $\sqrt{64} + \sqrt{49}$

m) $\sqrt{144} * \sqrt{9}$