

Afsnit 12. Kvadratsætninger

12.1 Regel (Kvadratsætninger)

1. kvadratsætning: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

2. kvadratsætning: $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

3. kvadratsætning: $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Gyldigheden af kvadratsætningerne følger af øvelse 11.12 .

Kvadratet på et tal er det samme som *tallet opløftet til anden*, så kvadratet på 3 er 9, og kvadratet på $2x$ er $4x^2$.

12.2 Eksempel (1. kvadratsætning)

Der gælder $(a + b)^2 = (2x + 3)^2$

hvis $a = 2x$ og $b = 3$

og så er $a^2 + 2ab + b^2 = (2x)^2 + 2 \cdot (2x) \cdot 3 + 3^2 = 4x^2 + 12x + 9$

Altså er

(1) $(2x + 3)^2 = 4x^2 + 12x + 9$

ifølge 1. kvadratsætning.

Når du afleverer opgaver, må du gerne foretage en omskrivning som (1) uden at skrive mellemregningerne.

12.3 Eksempel (3. kvadratsætning)

Der gælder $(a + b)(a - b) = (2x + 3)(2x - 3)$

hvis $a = 2x$ og $b = 3$

og så er $a^2 - b^2 = (2x)^2 - 3^2 = 4x^2 - 9$

Altså er

(1) $(2x + 3)(2x - 3) = 4x^2 - 9$

ifølge 3. kvadratsætning.

Når du afleverer opgaver, må du gerne foretage en omskrivning som (1) uden at skrive mellemregningerne.

Afsnit 12. Øvelser

12.4 Øvelse (1. kvadratsætning)

Omskriv ved hjælp af 1. kvadratsætning:

- (a) $(x+4)^2$ (b) $(1+x)^2$ (c) $(3x+2)^2$
(d) $(5+4x)^2$ (e) $(u+2v)^2$ (f) $(2u+3v)^2$

12.5 Øvelse (1. kvadratsætning brugt baglæns)

(1) Find ud af hvad der skal indsættes for a og b for at

$$a^2 + 2ab + b^2 = x^2 + 6x + 9$$

(2) Brug svaret på (1) til at

$$\text{omskrive } x^2 + 6x + 9 \text{ til formen } (a+b)^2$$

(3) Find ud af hvad der skal indsættes for a og b for at

$$a^2 + 2ab + b^2 = 1 + 12x + 36x^2$$

(4) Brug svaret på (3) til at

$$\text{omskrive } 1 + 12x + 36x^2 \text{ til formen } (a+b)^2$$

(5) Omskriv $16x^2 + 40kx + 25k^2$ til formen $(a+b)^2$

12.6 Øvelse (2. kvadratsætning)

Omskriv ved hjælp af 2. kvadratsætning:

- (a) $(20-x)^2$ (b) $(2x-7)^2$ (c) $(4u-6v)^2$ (d) $(ax-c)^2$

12.7 Øvelse (2. kvadratsætning brugt baglæns)

(1) Find ud af hvad der skal indsættes for a og b for at

$$a^2 - 2ab + b^2 = 4 - 12x + 9x^2$$

(2) Brug svaret på (1) til at

$$\text{omskrive } 4 - 12x + 9x^2 \text{ til formen } (a-b)^2$$

(3) Omskriv $16a^2 - 16ab + 4b^2$ til formen $(a-b)^2$

12.8 Øvelse (3. kvadratsætning)

Omskriv ved hjælp af 3. kvadratsætning:

- (a) $(5+3x)(5-3x)$ (c) $(2pq+1)(2pq-1)$
(b) $(4p+3q)(4p-3q)$ (d) $(x^2+1)(x^2-1)$

12.9 Øvelse (3. kvadratsætning brugt baglæns)

(1) Find ud af hvad der skal indsættes for a og b for at

$$a^2 - b^2 = x^2 - 9$$

(2) Brug svaret på (1) til at

omskrive $x^2 - 9$ til formen $(a+b)(a-b)$

(3) Find ud af hvad der skal indsættes for a og b for at

$$a^2 - b^2 = 4 - 16x^2$$

(4) Brug svaret på (3) til at

omskrive $4 - 16x^2$ til formen $(a+b)(a-b)$

(5) Omskriv $u^2v^2 - 1$ til formen $(a+b)(a-b)$

12.10 Øvelse (Reducér)

Reducér de 6 udtryk (se 12.1).

(a) $(x+y)^2 - x^2$

(d) $y^2 + (x+y)(x-y)$

(b) $(x-y)^2 + 2xy$

(e) $y^2 - (x-y)^2$

(c) $(x+2y)^2 - 4y^2$

(f) $9x^2 - (3x+2y)(3x-2y)$

12.11 Øvelse (Reducér)

Reducér de 4 udtryk (se 12.1).

(a) $\frac{a^2 + 2ab + b^2}{a^2 - b^2}$

(c) $\frac{x^2 - 16}{2x - 8}$

(b) $\frac{a^2 - b^2}{3a + 3b}$

(d) $\frac{x^2 + 2x}{x^2 + 4x + 4}$

12.12 Øvelse (Hvad beregner regneudtrykket?)

Figuren viser et stort kvadrat der er delt op i to små kvadrater og to rektangler. Hvis a står for længderne af siderne i det mindste af de små kvadrater, og b står for længderne af siderne i det andet, hvad beregner følgende regneudtryk så?

(1) $a + b$

(2) $(a + b)^2$

(3) $a^2 + b^2$

(4) $2ab$

