Sandsynlighedsregning

Hvad er ”sandsynlighed” for noget?
Umiddelbart kan vi inddele sandsynlighed i **tre former**.

Statistisk sandsynlighed

Her finder man sandsynligheden for en hændelse ved at kigge på en statistik.

- Eks.: Statistisk set går hver 5 skoleelev med kniv. Derfor er sandsynligheden for den *hændelse,* at en tilfældig elev går med kniv, $\frac{1}{5}$, 20 % eller 0,2.

Man må selv bestemme om man vil angive sandsynlighed i brøk, procenttal eller decimaltal

Eksperimentel/teoretisk sandsynlighed

En anden form for sandsynlighed er, at man eksperimenterer sig frem til en sandsynlighed.

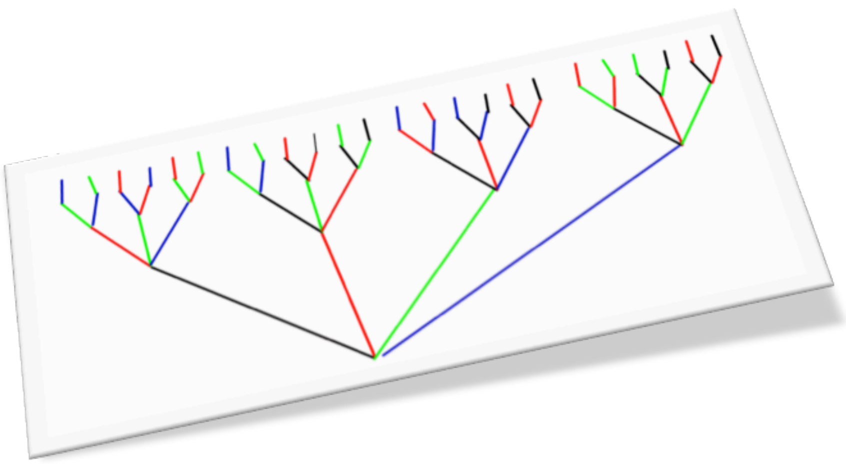
- Eks.: Jeg har slået 1000 gange med en alm. terning (6 sider). Ud af de 1000 slag var det 170 gange en 6’er. Det vil sige at sandsynligheden for *hændelsen* ”en 6’er” er ud fra vores eksperiment: 17 %, 0,17 eller $\frac{17}{100}$ (efter at der er forkortet)
- Ofte snakker man i forbindelse med eksperimentel sandsynlighed om ”**De store tals lov**”. Dette betyder, at jo flere eksperimenter, jo mere ”præcis” sandsynlighed vil man normalt få. Eks.: Hvis man slå 6 gange med en alm. terning, vil man godt kunne opleve, at ingen af de 6 slag er en 3’er. Det vil dog være usandsynligt, at ingen af de 1000 slag er en 3’er.

Kombinatorisk sandsynlighed

I den kombinatorisk sandsynlighed ”regner” man sig frem til en sandsynlighed ud fra de mulige udfald, som der er.

- Eks. Ved en alm. terning er der mulighed for 6 udfald $\{1,2,3,4,5,6\}$. Sandsynlighed for hændelsen at slå et lige tal er altså 3 $\{2,4,6\}$ud af 6 mulige udfald. Derfor er sandsynligheden for hændelsen et lige tal: $\frac{1}{2}$, 50 % eller 0,5.

Hvilken form for sandsynlighed, der er bedst at bruge, afhænger meget at situationen. Alle har deres styrker og svagheder.



Begreber

Inden man kan beregne en sandsynlighed, skal man have nogle begreber på plads:

Udfald: De enkelte muligheder i et eksperiment.

- Når man kaster to terninger, er der 36 muligheder: Der er 36 forskellige udfald ved kast med to terninger, som kan ses i flg. diagram:

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Udfaldsrum: Dette er de forskellige mulige udfald der er.

- Eks.
  - Udfaldsrummet for en alm. terning er {1,2,3,4,5,6}
  - Udfaldsrummet for de prøver, der er med i udtrækningen i 9. kl., er {Engelsk, Tysk, Samfundsfag, Kristendom, Historie}.
- I forbindelse med udfaldsrum snakker man ofte om
  - ”Et **jævnt** udfaldsrum” hvor der er lige stor sandsynlighed for alle udfald
    - Eks. en alm. terning med 6 lige store sider.
  - ”Et **ujævnt** udfaldsrum” hvor der ikke er lige stor sandsynlighed for alle udfald.
    - Eks. ”Vinde i lotto” eller ”Ikke vinde i lotto”. Der er meget større sandsynlighed for, at man ”ikke vinder” end for at man ”vinder”.
  - Det ”ujævne udfaldsrum” er sværere at regne på.

Hændelse: Dette er det eller de udfald, som man har fokus på. En hændelse kan bestå af både et og flere udfald.

- Eks.
  - En hændelse kunne være at slå en ”2’er” eller at ”samfundsfag” bliver udtrukket.
  - Men det kunne også være at slå ”et lige tal” med en alm. terning, som er udfaldene {2,4,6}
- I forbindelse med hændelser snakker man ind i mellem om
  - ”En sikker hændelse” er et udfald, som man er sikker på vil komme.
    - Eks. at slå mindre end 7 med en alm. terning.
      - Ved en sikker hændelse vil sandsynligheden være 1 eller 100 %
  - ”En umulig hændelse” er et udfald, som aldrig vil komme.
    - Eks. at slå en 7’er med en alm. terning.
      - Ved en umulig hændelse vil sandsynligheden være 0

Uafhængige hændelse
Man kalder det for uafhængige hændelser, hvis det at B sker, ikke ændrer sandsynligheden for A. Det vil sige at reglen:

$$P(A \mid B) = P(A)$$

er opfyldt.

Et eksempel kunne være, at man regner på sandsynligheden for at slå en "6'er" med en terning, hvis man har fået "krone" i et kast med en mønt.

Her er

$$P(A \mid B) = \frac{1}{6}$$

men det er

$$P(A) = \frac{1}{6}$$

også.

Med andre ord, man har stadigvæk en sjettedels chance for at slå en "6'er" med en terning, uanset om man har fået "krone" med mønten eller ej.

Gunstige udfald: Dette er de udfald i vores udfaldsrum, som passer til vores hændelse.

- Eks. Hvis vi vil undersøge sandsynligheden for hændelsen "et ulige tal" i udfaldsrummet $\{1,2,3,4,5,6\}$, vil de gunstige udfald være $\{1,3,5\}$.
-

Sandsynlighed: Sandsynligheden for en bestemt hændelse i et eksperiment er lig med antallet af udfald divideret med samtlige forskellige mulige udfald i udfaldrummet: **Sandsynlighed =**

$$\frac{Udfald}{Udfaldsrum}$$

Der bruges bogstavet P for at betegne sandsynligheder. P står for det engelske ord "Probability".

I eksemplet kan man skrive: P(summen 8)= $\frac{5}{36} \approx 13{,}9\%$

Umulig hændelse: Hvis sandsynligheden for en hændelse er 0 (= 0%)

- Ved kast af to terninger er P(summen<2)= 0 = 0%

Sikker hændelse: Hvis sandsynligheden for en hændelse er 1 (=100%).

- Ved kast af to terninger er P(summen $\geq$ 2)=1=100%

Jævn sandsynlighed: Hvis sandsynligheden er den samme for alle udfald i udfladsrummet.

- Ved kast med en terning, en mønt eller ved udtrækning af et kort fra et kortspil er sandsynligheden jævn, fordi der er lige stor chance for alle muligheder.
- Det gælder også i lottospil, da alle 35 numre har lige stor chance for at blive udtrukket i maskinen.

Ujævn sandsynlighed:

- I fodboldtipning, for eksempel, er sandsynligheden ikke jævn. Der er størst chance for et 1-tal på tipskuponen, dvs. at hjemmeholdet vinder.
- Når sandsynligheden ikke er jævn, kan matematikken ikke bruges til at beregne sandsynligheden for en hændelse.

Additionsmetoden

- Additionsmetoden kaldes også for "enten-eller-metoden", og bruges når man må vælge én mulighed ud af flere grupper af muligheder.
- For eksempel:
  Vi må vælge ENTEN en grønsag ELLER en frugt.
  Grønsager: Agurk, gulerod, radise.
  Frugter: Appelsin, æble
  Da vi må vælge ENTEN en grønsag ELLER en frugt, har vi
  3 + 2 = 5 forskellige muligheder.

Multiplikationsmetoden

Et eksempel på et tælletræ, der viser alle kombinationerne.

Multiplikationsmetoden, hvor man skal vælge en mulighed fra hver gruppe, kaldes også for "både-og-metoden".

For eksempel:
Vi skal vælge **BÅDE** en grønsag **OG** en frugt.
Grønsager: Agurk, gulerod, radise.
Frugter: Appelsin, æble.
Da vi skal vælge BÅDE en grønsag OG en frugt, får vi:
3 * 2 **= 6 forskellige kombinationer**

En anden måde at vise antallet af muligheder / kombinationer, er ved at bruge et tælletræ, hvor man skriver samtlige muligheder op.

Tælletræ