

Trigonometri formelsamling

Trigonometri beskæftiger sig med relationerne mellem sider og vinkler i en trekant. Til beregning af ukendte vinkler og sidelængder anvendes **SIN, COS, TAN, COT, SEC** og **COSEC** - de trigonometriske funktioner. Vi koncentrerer os kun om SIN, COS og TAN.

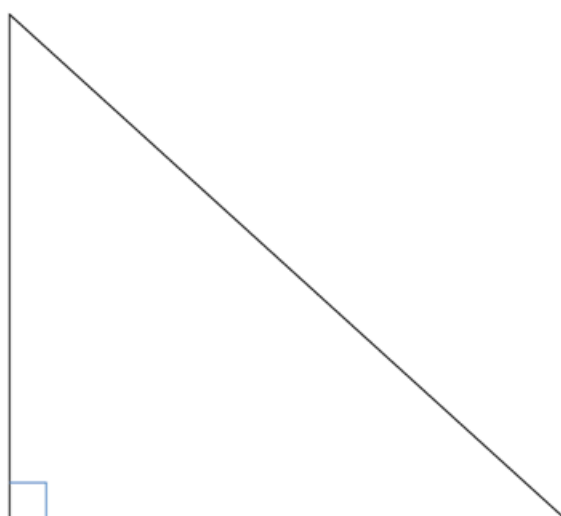
Hvad er en retvinklet trekant?

En retvinklet trekant, er en trekant, hvor den ene vinkel er 90° (i 360 graders systemet).

Den rette vinkel markeres tit med et lille kvadrat.

Der er nogle særlige formler for retvinklede trekanter, og samtidigt danner de grundlaget for sinus og cosinus.

Retvinklet trekant



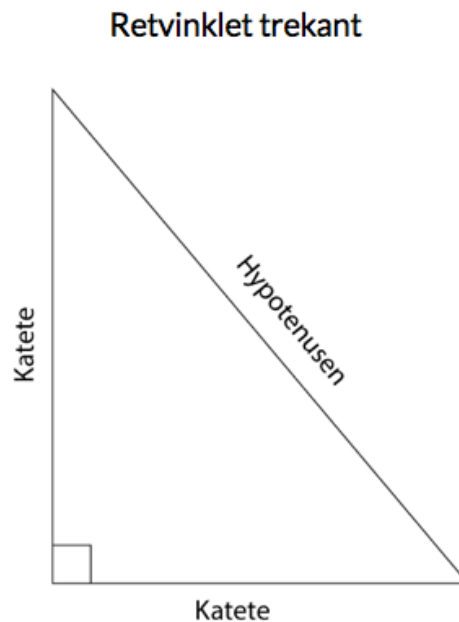
Retvinklet trekant, den rette vinkel markeres tit med en firkant.

Navngivning af vinkler og sider

Den lange side af en retvinklet trekant kaldes hypotenusen.

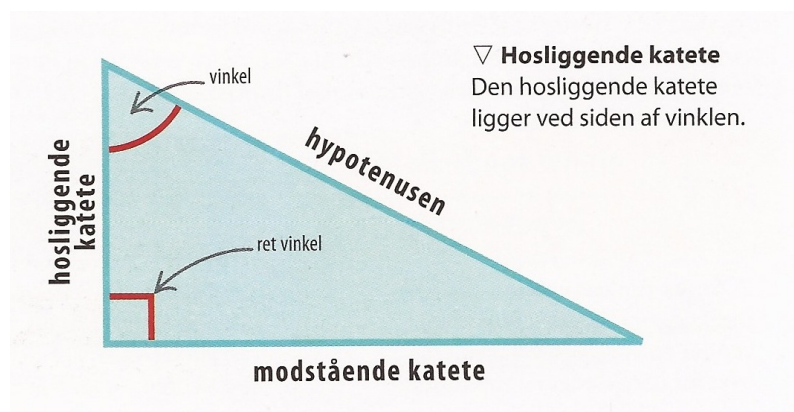
Den ligger altid overfor den rette vinkel.

De to andre sider (de korte sider) kaldes kateter.



Den lange side kaldes hypotenusen, og de to korte sider kaldes kateter.

Kateterne kan enten være hosliggende eller modstående til den vinkel vi har med at gøre.



Trigonometriens formler

Der er tre grundformler i trigonometrien. "V" står for den vinkel, vi skal finde (dette kan også skrives som θ). Hvilken formel man skal bruge afhænger af, hvilke sider i trekanten der er kendte.

$$\sin V = \frac{\text{modstående katete}}{\text{hypotenusen}}$$

△ Sinus-funktionen

Sinus-funktionen bruges, når man kender den modstående katete og hypotenusens længde.

$$\cos V = \frac{\text{hosliggende katete}}{\text{hypotenusen}}$$

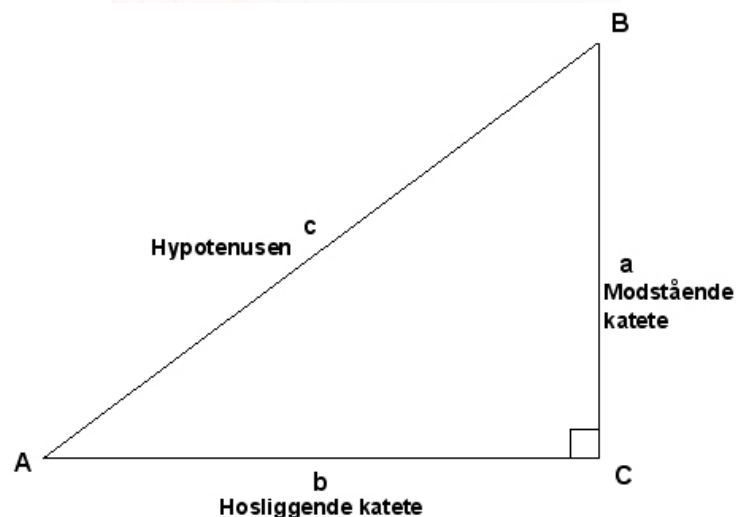
△ Cosinus-funktionen

Cosinus-funktionen bruges, når man kender længden på den hosliggende katete og på hypotenusen.

$$\tan V = \frac{\text{modstående katete}}{\text{hosliggende katete}}$$

△ Tangens-funktionen

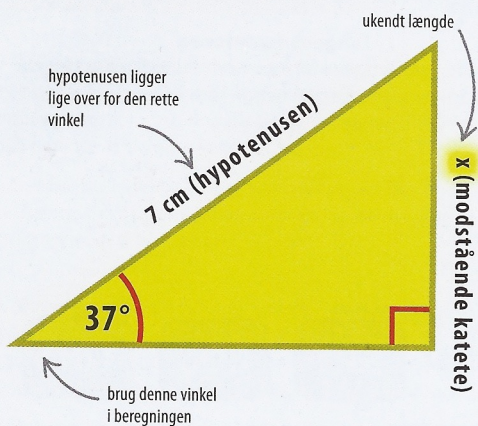
Tangens-funktionen bruges, når man kender længden på begge kateter.



Til beregning af ukendte sider

Brug af sinus-funktionen

I denne retvinklede trekant kender vi til en vinkel ud over den rette vinkel samt længden på hypotenusen. Vi skal finde længden på den ukendte side over for vinklen (modstående katete).



Vælg den rigtige formel.

Da vi kender hypotenusen og vil beregne længden på den modstående katete, skal vi bruge sinus-funktionen.

Indsæt de kendte værdier i sinus-formlen.

Omskriv formelen og beregn den ukendte side (x) ved at multiplicere begge sider med 7.

Brug en lommeregner til at finde sinus-værdien af 37°. Tryk på sin-tasten og derefter på 37.

Afrund svaret til en passende størrelse.

$$\sin V = \frac{\text{modstående katete}}{\text{hypotenusen}}$$

$$\sin 37^\circ = \frac{x}{7}$$

denne side multipliceres med 7

skriv den ukendte først

$$x = \sin 37^\circ \times 7$$

denne side multipliceres med 7 for at isolere x

$$x = 0,6018 \times 7$$

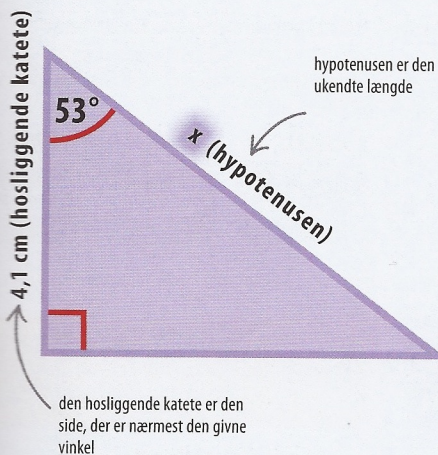
dette er værdien af sin 37° med 4 decimaler

svaret afrundes til 2 decimaler

$$x = 4,21 \text{ cm}$$

Brug af cosinus-funktionen

I denne retvinklede trekant kender vi til en anden vinkel ud over den rette vinkel samt længden på den nærmeste side (hosliggende katete). Vi skal finde hypotenusens ukendte længde.



Vælg den rigtige formel.

Da vi kender den side, som ligger hosliggende katete, og det er hypotenusen, som vi skal finde, bruger vi cosinus-funktionen.

Indsæt de kendte værdier i formelen.

Omskriv formelen - få x over på venstre side ved at multiplicere begge sider med x.

Divider begge sider med cos 53°, så x isoleres på venstre side.

Brug en lommeregner til at finde værdien af cos 53°. Tryk på cos-tasten og derefter på 53.

Afrund svaret til en passende størrelse.

$$\cos V = \frac{\text{hosliggende katete}}{\text{hypotenusen}}$$

$$\cos 53^\circ = \frac{4,1}{x}$$

denne side multipliceres med x, så 4,1 står tilbage

$$\cos 53^\circ \times x = 4,1$$

denne side multipliceres også med x

$$x = \frac{4,1}{\cos 53^\circ}$$

denne side divideres med cos 53° for at isolere x

denne side divideres også med cos 53°

$$x = \frac{4,1}{0,6018}$$

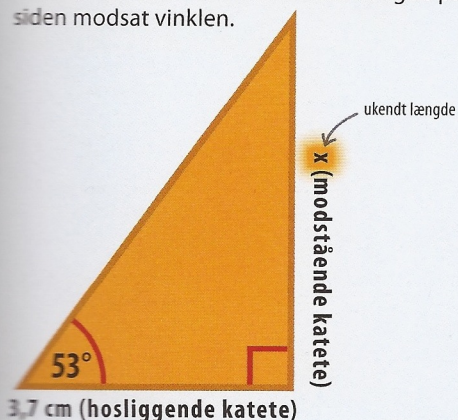
værdien af cos 53° afrundes til 4 decimaler

svaret afrundes til 2 decimaler

$$x = 6,81 \text{ cm}$$

Brug af tangens-funktionen

I denne retvinklede trekant kender vi til en vinkel ud over den retvinklede, samt længden på den nærmeste side (eller hosliggende katete). Vi skal finde den ukendte længde på siden modsat vinklen.



Vælg den rigtige formel. Vi kender siden nærmest vinklen og skal finde den modsatte sides længde. Brug derfor tangens-funktionen

Indsæt de kendte værdier i formlen.

Isoler x ved at multiplicere begge sider med 3,7.

Brug lommeregner til at finde værdien for $\tan 53^\circ$. Tryk på tan-tasten og derefter på 53.

Afrund svaret til en passende størrelse.

$$\tan V = \frac{\text{modstående katete}}{\text{hosliggende katete}}$$

$$\tan 53^\circ = \frac{x}{3,7}$$

$$x = \tan 53^\circ \times 3,7$$

$$x = 1,3270 \times 3,7$$

$$x = 4,91 \text{ cm}$$

skriv den ukendte først

denne side skal multipliceres med 3,7 for at isolere x

denne side skal også multipliceres med 3,7

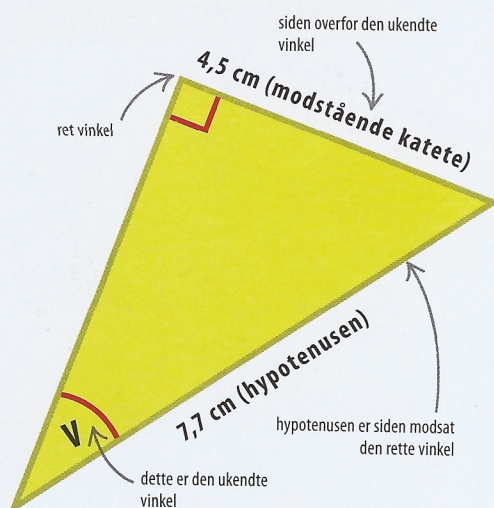
værdien af $\tan 53^\circ$ afrundes til 4 decimaler

svaret afrundes til 2 decimaler

Til beregning af ukendte vinkler

Brug af sinus-funktionen

I denne retvinklede trekant kender vi hypotenusen og den modstående katete. Brug sinus-funktionen til at finde den ukendte vinkel V.



Vælg den rigtige formel.

I dette eksempel kender vi hypotenusen og siden overfor den ukendte vinkel V. Brug derfor sinus-funktionen.

Indsæt de kendte værdier i formlen.

Beregn værdien for sin V ved at dividere den modstående side med hypotenusen.

Find vinklens størrelse med funktionen invers sinus på lommeregneren.

Afrund svaret til en passende størrelse. Dette er værdien på den manglende vinkel.

$$\sin V = \frac{\text{modstående katete}}{\text{hypotenusen}}$$

$$\sin V = \frac{4,5}{7,7}$$

$$\sin V = 0,5844$$

$$V = \sin^{-1}(0,5844)$$

$$V = 35,76^\circ$$

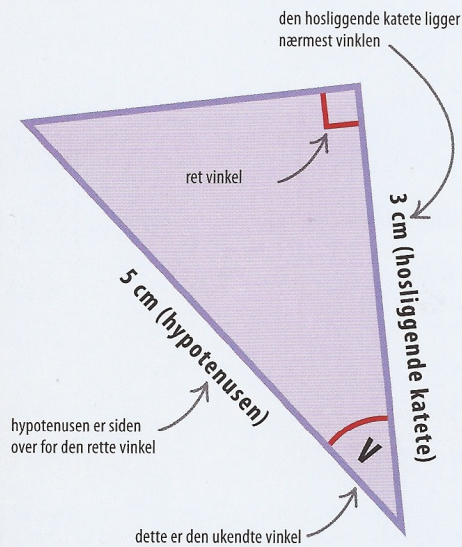
svaret er afrundet til 4 decimaler

tryk skift-tasten og derefter sin-tasten for at få inversen af sinus

afrundes til 2 decimaler

Brug af cosinus-funktionen

I denne retvinklede trekant kender vi hypotenusen og den side, der er nærmest den ukendte vinkel. Brug cosinus-funktionen til at finde den ukendte vinkel V.



Vælg den rigtige formel.

I dette eksempel kender vi hypotenusen og siden nærmest den ukendte vinkel V. Brug derfor cosinus-funktionen.

Indsæt de kendte værdier i formlen.

Beregn værdien for $\cos V$ ved at dividere den hosliggende side med hypotenusen.

Find vinklens størrelse med funktionen invers cosinus på lommeregneren.

Afrund svaret til en passende størrelse. Dette er værdien på den manglende vinkel.

$$\cos V = \frac{\text{hosliggende katete}}{\text{hypotenusen}}$$

$$\cos V = \frac{3}{5}$$

$$\cos V = 0,6$$

$$V = \cos^{-1}(0,6)$$

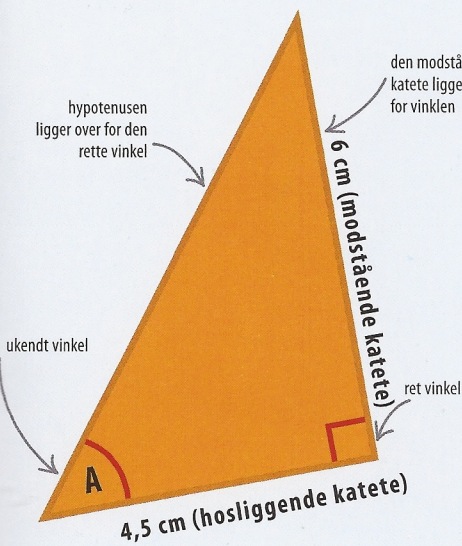
tryk på skift-tasten derefter cos-tasten for at få inversen af cosinus

$$V = 53,13^\circ$$

svaret afrundes til 2 decimaler

Brug af tangens-funktionen

I denne retvinklede trekant kender vi siderne over for og nærmest den ukendte vinkel. Brug tangens-funktionen til at finde størrelsen på den ukendte vinkel V.



Vælg den rigtige formel.

I dette eksempel kender vi til siderne overfor og nærmest den ukendte vinkel V. Brug derfor tangens-funktionen.

Indsæt de kendte værdier i formlen.

Beregn værdien for $\tan V$ ved at dividere den modstående side med den hosliggende side.

Find vinklens størrelse med funktionen invers tangens på lommeregneren.

Afrund svaret til en passende størrelse. Dette er værdien på den manglende vinkel.

$$\tan V = \frac{\text{modstående katete}}{\text{hosliggende katete}}$$

$$\tan V = \frac{6}{4,5}$$

$$\tan V = 1,3$$

svaret er afrundet til 1 decimal

$$V = \tan^{-1}(1,3)$$

tryk skift-tasten for at få den inverse tangens

$$V = 52,43^\circ$$

svaret er afrundet til 2 decimaler

Nyttige formler:

Areal

$$\text{Areal} = \frac{1}{2} \cdot h \cdot g = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b$$

Omkreds

$$\text{Omkreds} = a + b + c$$

Vinkelsum

$$A + B + C = 180^{\circ}$$

Pythagoras

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Pythagoras, omskrevet

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

Vinkler, trigonometri

$$A = \sin^{-1}\left(\frac{a}{c}\right) =$$

$$\cos^{-1}\left(\frac{b}{c}\right) =$$

$$\tan^{-1}\left(\frac{a}{b}\right)$$

$$B = \sin^{-1}\left(\frac{b}{c}\right) =$$

$$\cos^{-1}\left(\frac{a}{c}\right) =$$

$$\tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$A = 90^{\circ} - B$$

$$B = 90^{\circ} - A$$

$$C = 90^{\circ}$$

Sider, trigonometri

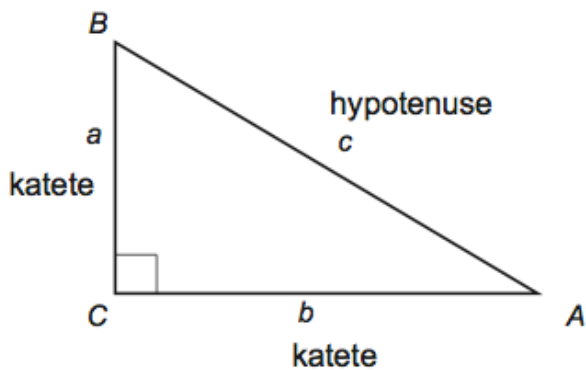
$$a = c \cdot \sin(A) = b \cdot \tan(A)$$

$$b = \frac{a}{\tan(A)} = c \cdot \cos(A)$$

$$c = \frac{a}{\sin(A)} = \frac{b}{\cos(A)}$$

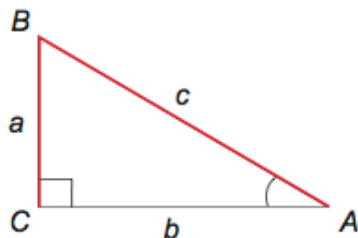
Fra folkeskolens formelsamling:

Trigonometri



Siden b er den hosliggende katete til $\angle A$.

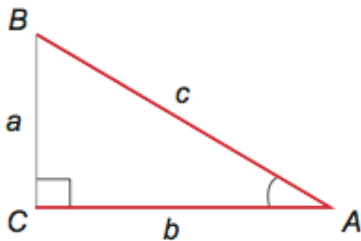
Siden a er den modstående katete til $\angle A$.



Om sinus til en spids vinkel v i en retvinklet trekant gælder:

$$\sin v = \frac{\text{den modstående katete}}{\text{hypotenusen}}$$

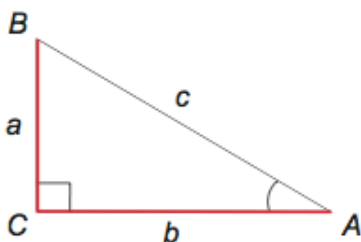
$$\sin A = \frac{a}{c}$$



Om cosinus til en spids vinkel v i en retvinklet trekant gælder:

$$\cos v = \frac{\text{den hosliggende katete}}{\text{hypotenusen}}$$

$$\cos A = \frac{b}{c}$$



Om tangens til en spids vinkel v i en retvinklet trekant gælder:

$$\tan v = \frac{\text{den modstående katete}}{\text{den hosliggende katete}}$$

$$\tan A = \frac{a}{b}$$

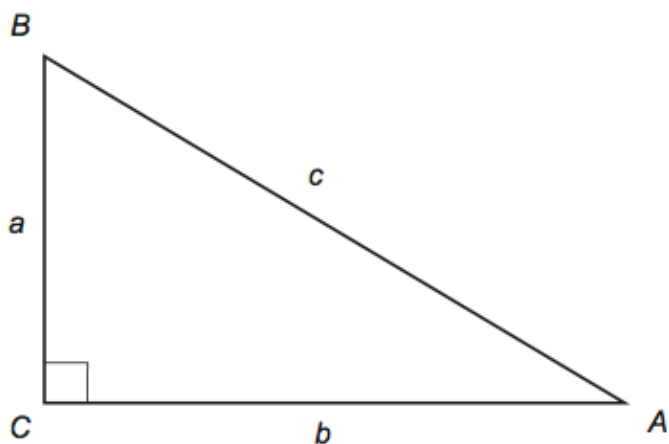
Pythagoras

Pythagoras sætning:

I en retvinklet trekant er summen af kateternes kvadrater lig med kvadratet på hypotenusen.

Hvis $\angle C = 90^\circ$, gælder:

$$a^2 + b^2 = c^2$$



Omvendt Pythagoras:

Hvis $a^2 + b^2 = c^2$ i trekant ABC, så er trekanten retvinklet, og $\angle C$ er den rette vinkel.